

令和5年度

一般社団法人日本トンネル技術協会研究助成報告書

助成番号：JTA-R3-奨1

地山物性の空間的な不均質性を考慮した
山岳トンネル切羽の安定性評価

令和6年6月30日

岡崎泰幸

広島工業大学

研究概要

山岳トンネル建設時の切羽の安定性は、施工者の安全に影響を及ぼすため、これまで多くの研究が行われてきた。しかしながら、既往研究の多くは、地山が天然材料であるがゆえに有している地山物性の空間的な不均質性を考慮せずに実施しているのが現状である。そのため、現在提案されている山岳トンネル切羽の安定性評価手法は、地山物性の空間的な不均質性に起因する切羽の崩壊リスク評価を十分に検討できていないと考えられる。

そこで、本研究では、軟岩地山における地山物性の不均質性を確率場理論に基づいて考慮したトンネル切羽の安定解析を実施し、地山物性の不均質性がトンネル切羽の安定性に及ぼす影響を定量的に評価した。その結果、様々な地山条件および設計条件における切羽の不安定性（崩壊リスク）を定量的に示すことができた。

目的

本研究では、特に軟岩地山における地山物性の不均質性が山岳トンネル切羽の安定性に及ぼす影響を明らかにすることを目的とする。

研究方法

本研究では、地山物性の不均質性を考慮したトンネル切羽の安定解析を実施するため、連続体解析（FLAC3D）に確率場理論を導入した。そして、地山物性の不均質性に関するパラメータ（一軸圧縮強さの変動係数、自己相関距離）、トンネルの掘削高さおよび地山強度比を変化させてモンテカルロ・シミュレーションを実施した。

解析結果

山岳トンネル切羽の安定性に影響を及ぼすと考えられる切羽周辺の最大せん断ひずみに着目し、すべての各解析ケースにおいて切羽周辺の最大せん断ひずみが上限側の限界せん断ひずみを超過する確率（すなわち、切羽の崩壊リスク）を算出した。

結論

本研究により、様々なケースにおける切羽の不安定性（崩壊リスク）を定量的に示すことができた。本研究でまとめた切羽の崩壊リスクを参考にすることで、補助工法等の必要性を簡易的に検討することができると考えられる。

今後の課題

今後は、鏡吹付けコンクリート等の補助工法を考慮した解析を行い、補助工法の有無の影響も評価することで、より汎用性の高い切羽の安定性指標を提案したいと考えている。

助成研究者所属・氏名：広島工業大学・岡崎泰幸

目次

第 I 章 はじめに

第 II 章 地山物性の不均質性を考慮した切羽安定解析

1. 解析領域と境界条件
2. 地山物性の不均質性の設定

第 III 章 数値解析結果および切羽の安定性の評価

第 IV 章 まとめと今後の課題

第 I 章 はじめに

山岳工法によるトンネルの施工では、トンネル切羽が自立することを前提として、発破や機械によるトンネル掘削が実施される。しかしながら、地山条件によっては切羽の安定性が確保できずに崩壊が生じ、掘削直後に切羽周辺で作業を行う施工者の安全を脅かすことがある。このような切羽の崩壊で生じる労働災害を減少させるため、従来から山岳トンネル切羽の安定性に対して数多くの研究が実施されているが、それらの研究は大別すると、模型実験による研究と数値解析による研究に分けられる¹⁾。

前者の研究では、主に模型実験を用いて切羽の安定性評価指標の提案などが行われている。例えば、真下ら²⁾は、重力場と遠心力場での模型実験により、力学的な切羽の安定性評価指標を提案している。また、久武³⁾は、静的および動的な模型実験により、切羽の安定性を簡易的に評価する式を提案している。一方、後者の研究では、主に新しい解析手法の妥当性の検証や、掘削工法などの違いが切羽安定性に及ぼす影響に関する検討などが実施されている。例えば、小西ら⁴⁾は、地下水圧と飽和度に応じた粘着力を考慮できる剛塑性有限要素解析を開発し、その手法の妥当性を検証している。掘削工法の違いが切羽安定性に及ぼす影響に関する研究としては、核残しの効果を検証した林ら⁵⁾の研究などがある。

このように、山岳トンネル切羽の安定性に対して数多くの研究が実施されているが、既往研究の多くは、地山が天然材料であるがゆえに有している図-1 に示すような地山物性の空間的な変動、すなわち不均質性を考慮せずに実施しているのが現状である。したがって、現在提案されている山岳トンネル切羽の安定性評価手法は、地山物性の空間的な不均質性（以下、不均質性と称する。）に起因する切羽の崩壊リスク評価を十分に検討できていないと考えられる。

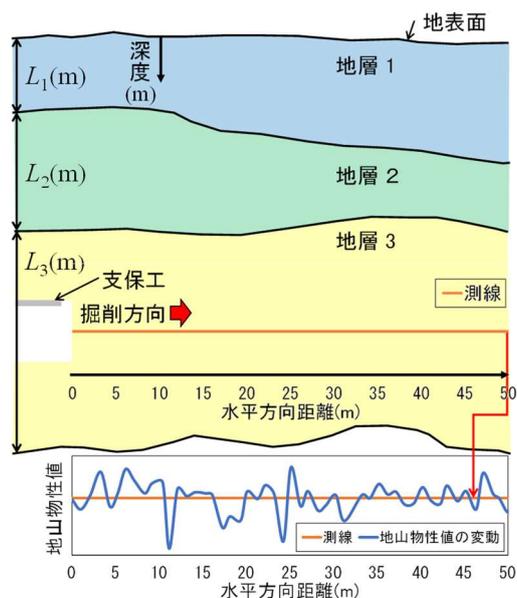


図-1 地山物性の空間的な変動のイメージ図

そこで、本研究では、特に軟岩地山における地山物性の不均質性が山岳トンネル切羽の安定性に及ぼす影響を明らかにすることを目的として、軟岩地山における地山物性の不均質性を確率場理論に基づいて考慮したトンネル切羽の安定解析を実施し、地山物性の不均質性がトンネル切羽の安定性に及ぼす影響を定量的に評価した。

第Ⅱ章 地山物性の不均質性を考慮した切羽安定解析

本章では、連続体として取り扱われることが多い軟岩地山を対象にして、地山物性の不均質性を考慮したトンネル切羽の安定解析を実施する。数値解析を用いてトンネル切羽の安定性を評価する場合、通常は3次元数値解析により評価すべきと考えられる。しかしながら、要素の多い3次元モデルを対象に、後述する確率場を生成する場合、膨大な計算時間が必要となる。一方、トンネル縦断面内の平面ひずみ条件のもとでも、切羽の存在の効果はある程度考察することは可能とされている⁶⁾。これに加え、地山を均質と仮定した2次元解析と3次元解析においてトンネルセンターライン位置の解析結果が比較されたところ、2次元解析の切羽周辺に生じる最大せん断ひずみの最大値が3次元解析よりも1.04倍程度大きくなり、2次元解析の方が4%程度危険側の解析結果になることが確認されている⁷⁾。以上の理由から、本研究ではトンネル縦断面の2次元解析を採用することとした。

本解析には、有限差分解析コードFLAC3D⁸⁾ver5.0の弾完全塑性解析（破壊基準：モークローンの破壊基準）を用いた。以下に、地山物性の不均質性を考慮したトンネル切羽の安定解析を実施した際の各種条件について示す。

1. 解析領域と境界条件

図-2に、本研究で用いた解析モデルにおける解析領域と境界条件を示す。図-2に示すト

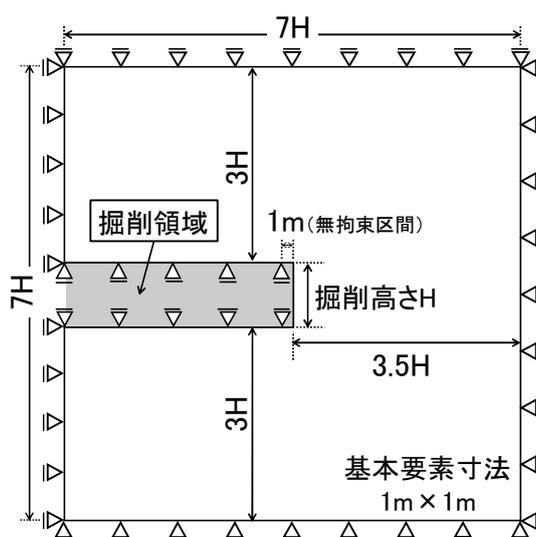


図-2 解析モデルにおける解析領域と境界条件

ンネル掘削高さ H については、道路トンネルの標準断面（二車線，三車線）の掘削高さを包含するように 6, 8, 10m とした。また，現実的な施工と対応させるため，切羽から 1m を無支保区間（無拘束区間）とした。奥行き方向の解析領域は 1m とし，奥行き方向の変位をすべて拘束することで，トンネル縦断面内の平面ひずみ条件とした。加えて，モデル平面における基本要素寸法は 1m×1m とした。

解析時の初期応力については，地山強度比 GSR が 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 および側圧係数が 1.0 となるような重力場とした。以上の諸条件に基づいて掘削シミュレーションを行い，切羽の安定解析を実施した。

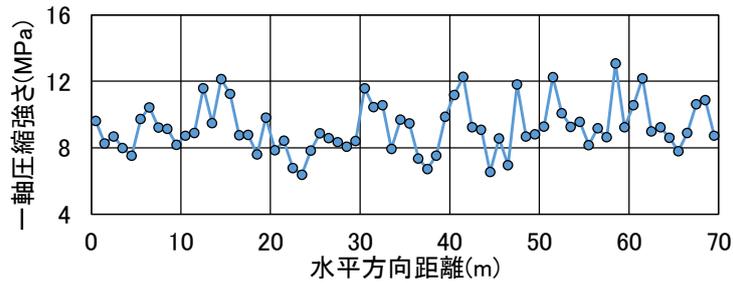
2. 地山物性の不均質性の設定

本研究では，地山物性の不均質性を表現するため，連続体解析である FLAC3D に確率場理論を導入した。まず，空間的に変動する地山物性を一軸圧縮強さとし，そのばらつきの分布が対数正規分布に従うと仮定した。ここで，対数正規分布を採用したのは，岩石の一軸圧縮強さの度数分布が対数正規分布に近い分布を示すためである⁹⁾。そして，対数正規分布に従う一軸圧縮強さを解析モデルの各要素の値とすることで，地山における一軸圧縮強さの不均質性をモデル化した。

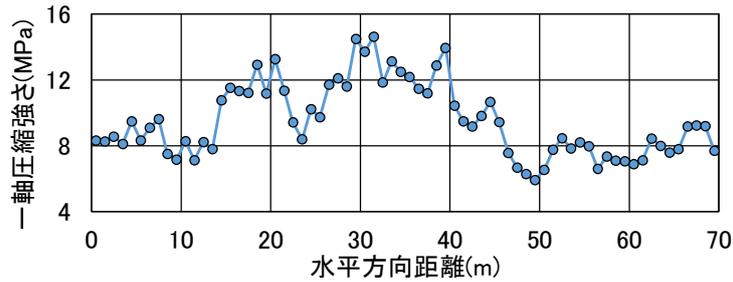
このような空間的に変動するモデル化を行う場合，一般に地山内のある 2 点間の地山物性値の相関性は 2 点間の距離が大きくなるにつれて低下することが知られているため¹⁰⁾，通常，各要素間の地山物性値の自己相関性（元データと任意の距離分をずらしたデータとの相関性）を考慮したモデル化を行う必要がある。このような自己相関性のモデル化に関しては様々な関数が提案されている¹¹⁾が，本研究では，式(1)に示すような水平・鉛直方向の自己相関性が等しい単一指数型の自己相関関数を採用した。ここで，式(1)を採用したのは，岩石の一軸圧縮強さの自己相関性が単一指数型の自己相関関数によって最も適切に説明できた事例があるためである¹¹⁾。

$$\rho(x_{ij}) = \exp\left(-\frac{2x_{ij}}{\theta}\right) \quad (1)$$

ここで， x_{ij} は要素 i, j の中心間の距離である。また， θ は自己相関距離と呼ばれる定数であり，任意の 2 点間の相関度合いを特徴づける定数である。例えば，自己相関距離が小さいケースでは，周辺の値との相関が低いため，ランダム的に値が変動する（図-3(a)参照）。一方，自己相関距離が大きいケースでは，周辺の値と相関を有するため，値が滑らかに変動する（図-3(b)参照）。以上のような確率場を生成する手法としては，Cholesky 分解による手法¹²⁾を採用した。本研究におけるランダム場の生成手順⁷⁾については，図-4 に示すとおりである。



(a) 自己相関距離が小さいケース ($\theta=2.5\text{m}$)



(b) 自己相関距離が大きいケース ($\theta=10\text{m}$)

図-3 自己相関距離の違いによる一軸圧縮強さの変動例

1. 各要素間の自己相関係数を表す相関行列 K を作成する

$$K = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad n: \text{要素の総数}$$
2. 相関行列 K を上三角形行列 S と下三角形行列 S^T に分解する

$$K = SS^T$$
3. n 個の独立な正規乱数で構成される乱数行列 R を生成する

$$R = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$$
4. 以下の式により要素間の相関性を考慮した正規乱数 R^* に変換する

$$R^* = S^T R$$
5. 得られた正規乱数 R^* 、一軸圧縮強さの平均 μ_c および変動係数 COV_c を用いて対数正規乱数に変換し、各要素の一軸圧縮強さを決定する

図-4 確率場の生成手順

表-1 に、本研究で実施した切羽の安定解析における各種パラメータを示す。ここで、一軸圧縮強さの平均 μ_c については、軟岩程度の値である 10MPa とし、その変動係数 COV_c については、軟岩の一軸圧縮強さの変動係数 (20~50%程度)⁹⁾を参考に、20, 40, 60%の3ケースとした。また、自己相関距離 θ の値については、岩石の一軸圧縮強さの自己相関距離の値 (0.3~8.0m)¹¹⁾程度になるようにした上で、掘削高さの異なるトンネルにおいても汎用性をもたせるために、掘削高さ H で除すことにより正規化した (表-1 内 Θ 参照)。加えて、上記のケースと比較するため、地山を均質と仮定したケース ($COV_c=0$) も解析ケースとし

表-1 切羽の安定解析における各種パラメータ

パラメータ	値
掘削高さ H	6, 8, 10m
一軸圧縮強さの平均 μ_c	10MPa
一軸圧縮強さの変動係数 COV_c	0(均質), 0.2, 0.4, 0.6
水平・鉛直方向の自己相関距離 θ の比	1.0(等方)
正規化した自己相関距離 $\Theta (= \theta/H)$	Random, 0.25, 0.5, 1.0
各ケースの解析モデル数	1000(※均質は1ケース)
地山強度比 $GSR (= \mu_c / \text{土被り圧})$	0.5, 1.0, 1.5, 2.0

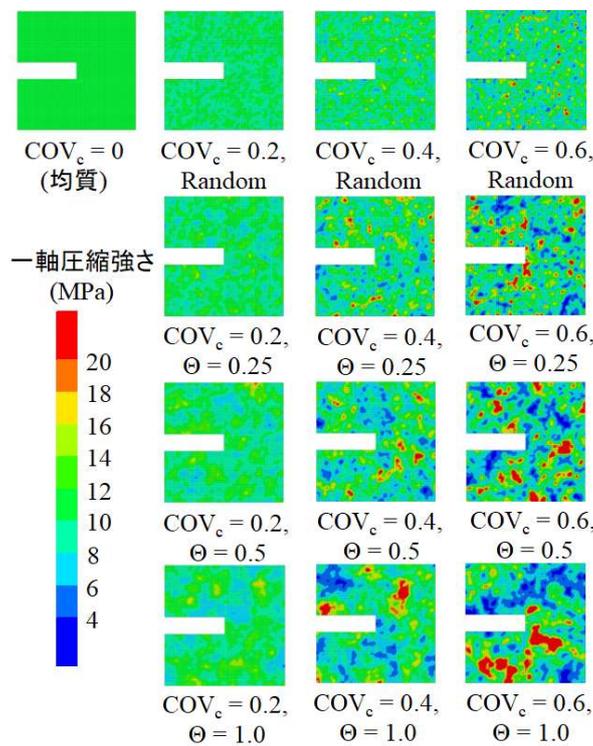


図-5 各解析ケースのモデル内における強度分布例 (H=10m, GSR=1.0の場合)

て追加している。また、自己相関距離が要素間距離よりも小さい場合も考慮して、各要素の一軸圧縮強さをランダムに決定したケース (表-1 内 Random) も追加している。不均質性に関連するパラメータを変化させた際の各解析ケースのモデル内における強度分布例 (H=10m, GSR=1.0の場合) は、図-5 に示すとおりである。図-5 では、掘削領域のサイズがわかりやすいように掘削後の解析モデルを示している。このようなモデルを活用することで、切羽奥行き方向の地山物性の不均質性の影響を検討することができると考えられる。また、各解析ケースにおける強度分布の異なる解析モデル数については 1000 ケースとした。

以上の操作により、一軸圧縮強さの不均質性をモデル化したが、弾完全塑性解析 (破壊規準: モールクーロンの破壊規準) を行う場合、単位体積重量 γ , ヤング係数 E , ポアソン比

v, 内部摩擦角 φ , 粘着力 c および引張強さ σ_t などのパラメータを各要素に与える必要がある。そこで, 本研究では, 図-6 に示すように砂質土から硬岩までの解析物性値事例¹⁾をプロットし, 一軸圧縮強さ σ_c (MPa) と γ , E , ν , φ の関係を近似した。そして, その近似した一軸圧縮強さとの関係式 (式(2a), (2b), (2c), (2d)参照) を用いて, γ , E , ν , φ を各要素に与えた。また, 各要素の c の値については, 定められた σ_c と φ の値から以下の式(2e)を用いて決定した。加えて, 各要素の σ_t の値については, 岩石の σ_t が σ_c の概ね 1/10 になる¹³⁾ことから, 以下の式(2f)により定めた。

$$\gamma = 1.2604 \ln(\sigma_c) + 21.056 \quad (2a)$$

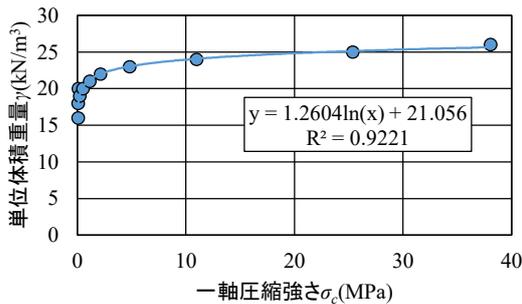
$$E = 238.85 \sigma_c \quad (2b)$$

$$\nu = -0.016 \ln(\sigma_c) + 0.3027 \quad (2c)$$

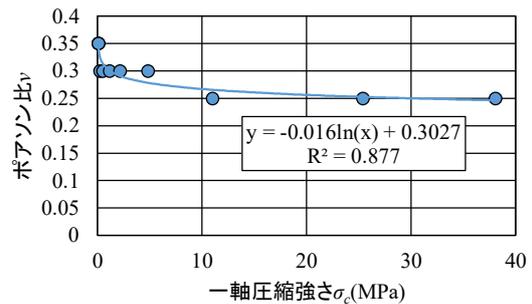
$$\varphi = 3.7136 \ln(\sigma_c) + 39.363 \quad (2d)$$

$$c = \sigma_c (1 - \sin \varphi) / 2 \cos \varphi \quad (2e)$$

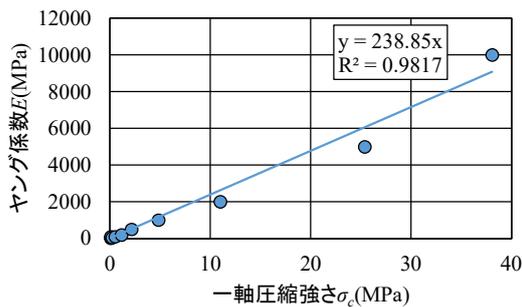
$$\sigma_t = \sigma_c / 10 \quad (2f)$$



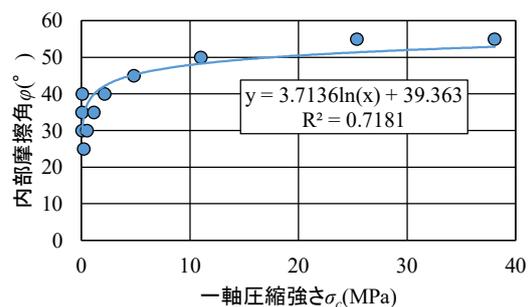
(a) 単位体積重量 γ と一軸圧縮強さ σ_c との関係



(b) ヤング係数 E と一軸圧縮強さ σ_c との関係



(c) ポアソン比 ν と一軸圧縮強さ σ_c との関係



(d) 内部摩擦角 φ と一軸圧縮強さ σ_c との関係

図-6 一軸圧縮強さと他の地山物性値との関係

第三章 数値解析結果および切羽の安定性の評価

本章では、第II章で実施した地山物性の不均質性を考慮したトンネル切羽の安定解析の結果を示す。特に本研究では、山岳トンネル切羽の安定性に影響を及ぼすと考えられる切羽周辺の最大せん断ひずみ γ_{\max} の解析結果に着目し、軟岩地山における地山物性の不均質性が切羽の安定性に及ぼす影響について評価する。

まず、図-7に $H=10\text{m}$, $\text{GSR}=1.0$ の際の各解析ケースにおける切羽周辺の γ_{\max} のコンター図例を示す。ここで、図中の各解析結果は、図-5に示した強度分布例と同じ解析モデルの解析結果を、切羽周辺を拡大して示したものである。図-7から、 COV_c と Θ が大きい解析ケースほど、均質の解析結果と比較して γ_{\max} が大きくなる場合があり、それに加えて均質の解析結果に生じている γ_{\max} 分布図のおおよその上下対称性も失われていることが確認できる。本報告では、一例として $H=10\text{m}$, $\text{GSR}=1.0$ の場合のみを示したが、 H と GSR が異なる他の解析ケースでも同様な傾向が確認できた。すなわち、軟岩地山内の切羽奥行き方向の地山物性の不均質状況によっては、切羽周辺の γ_{\max} に及ぼす影響が大きいといえる。

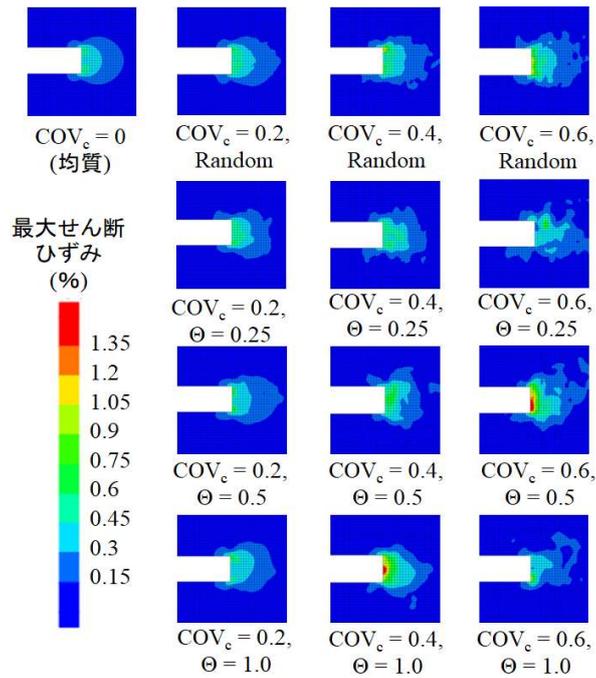
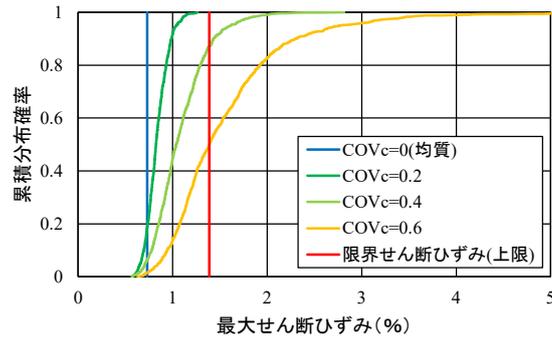
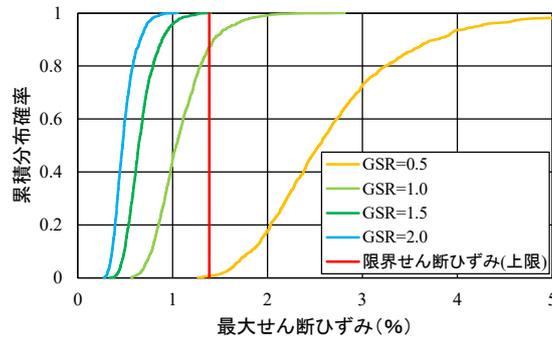


図-7 各解析ケースにおける γ_{\max} のコンター図例 ($H=10\text{m}$, $\text{GSR}=1.0$ の場合)

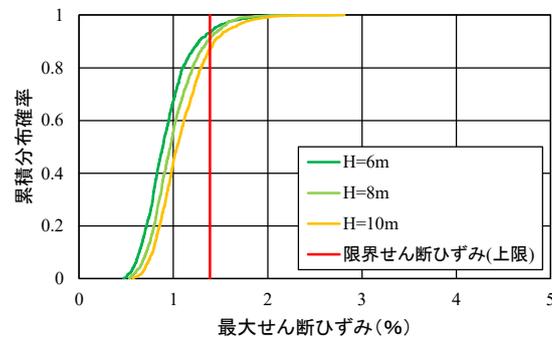
続いて、パラメータの変化による各解析ケースにおける γ_{\max} のばらつきの度合いを把握するために、各解析ケースにおける 1000 個の解析モデルの各解析結果から切羽周辺の γ_{\max} の最大値を抽出し、累積分布表示したもの (γ_{\max} の最大値を小さい順に並べ替えて、その順位を γ_{\max} の最大値の総数で除しパーセント表示したもの) を図-8 に示す。ここで、本研究では、パラメータ (COV_c , H , GSR , Θ) の変化による γ_{\max} のばらつきへの影響の把握を容



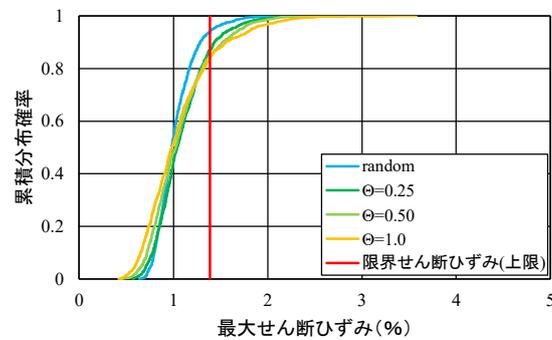
(a) COV_c の変化による γ_{max} のばらつきへの影響 ($H=10m$, $GSR=1.0$, $\Theta=2.5$ の場合)



(b) GSR の変化による γ_{max} のばらつきへの影響 ($H=10m$, $COV_c=0.4$, $\Theta=0.25$ の場合)



(c) H の変化による γ_{max} のばらつきへの影響 ($GSR=1.0$, $COV_c=0.4$, $\Theta=0.25$ の場合)



(d) Θ の変化による γ_{max} のばらつきへの影響 ($H=10m$, $GSR=1.0$, $COV_c=0.4$ の場合)

図-8 パラメータの変化による各解析ケースにおける γ_{max} のばらつきへの影響

易にするために、1つのパラメータに着目してその他のパラメータを固定した整理を実施している。また、**図-8(a)**に示す青色線は $COV_c=0$ つまり均質モデルにトンネルを掘削した際の γ_{max} の最大値を示しており(**図-8**のその他の図は、 $COV_c=0$ (均質)が複数存在するため、省略している。)、青色線より右側にある結果は均質モデルでの解析よりも γ_{max} の最大値が大きくなった結果である。加えて、図内に示す赤線の限界せん断ひずみ(上限)は、桜井¹⁴⁾が提案している一軸圧縮試験による限界ひずみ ε_0 とヤング係数 E の関係における上限側の算出式(3a)から限界ひずみ ε_0 を求め、限界せん断ひずみ γ_0 への換算式¹⁵⁾(式(3b))を用いることによって算出した。ここでの E 、 ν については解析で設定した一軸圧縮強さの平均値の10MPaを式(2b)、(2c)に代入し算出した値を用いた。また、ここで上限側の限界ひずみに着目したのは、限界ひずみの上限側に達するとトンネルに何らかの異常現象が現れることが報告されているためである¹⁶⁾。

図-8(a)から、 COV_c が大きくなるにつれて、 γ_{max} の最大値のばらつきが大きくなることがわかる。また、**図-8(b)**から、 GSR が小さくなるにつれて、 γ_{max} の最大値が全体的に増加するのに加え、ばらつきが大きくなることがわかる。そして、**図-8(c)**から、 COV_c または GSR の変化による γ_{max} のばらつきへの影響よりはかなり小さくなるものの、 H が大きくなるにつれて γ_{max} の最大値が全体的に増加していることがわかる。また、同様に影響は小さいものの、**図-8(d)**から、 Θ が大きくなるにつれて γ_{max} の最大値のばらつきが微増していることがわかる。以上から、各種パラメータの変化により、 γ_{max} の最大値の値とばらつきが大きくなり、切羽が不安定な状態になりやすくなるといえる。特に、**図-8**の不均質モデルの解析結果と限界せん断ひずみ(上限)の比較から、 COV_c 、 H 、 Θ が大きく、 GSR が小さくなるにつれて、切羽周辺の γ_{max} が限界せん断ひずみ(上限)を超過する割合が大きくなる、すなわち、切羽の安定性が損なわれる(崩壊リスクが高くなる)ことがわかった。

以上のような地山物性の不均質性による切羽の安定性への影響を定量的に評価するために、すべての各解析ケースにおいて切羽周辺の γ_{max} が限界せん断ひずみ(上限)を超過した確率(以下、超過確率と称する。)を**図-9**に示すように求めた。**図-9**に示すように求めた結

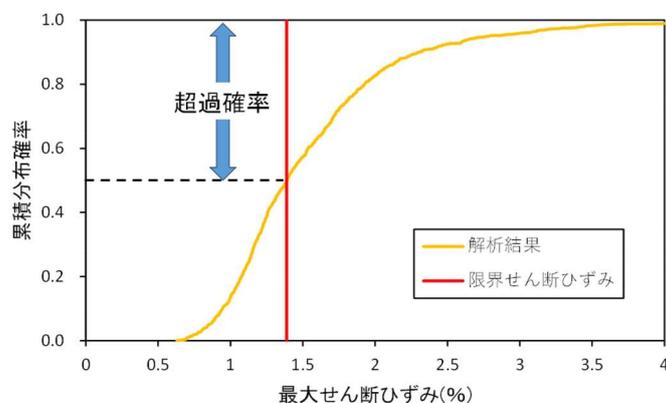
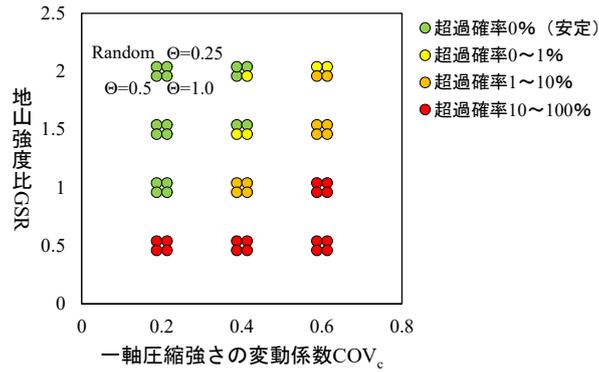
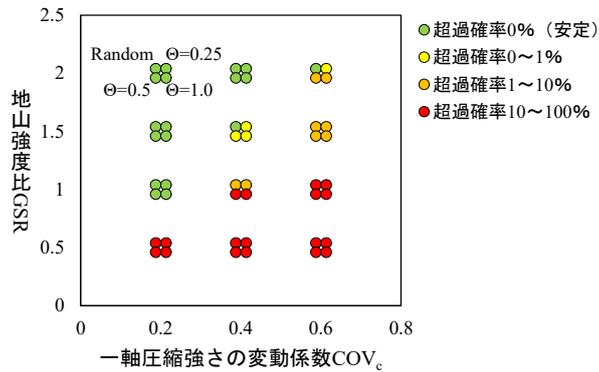


図-9 超過確率の算出イメージ

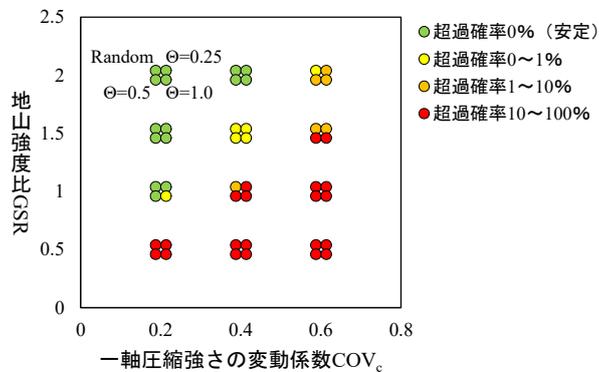
果をすべてまとめたものを図-10に示す。ここで、図-10の各図は、Hの値別に分けて示している。また、図-10内に示す各箇所の4つのプロットの集合は、COV_cとGSRの値は等しくしてあるものの、すべてのパラメータを1つのグラフに収めるため、 Θ の値は左上がrandom, 右上が0.25, 左下が0.5, 右下が1.0と異なるように示している。加えて、切羽の不安定性（崩壊リスク）の大きさを視覚的にわかりやすくするために、図内の超過確率を0%



(a) H=6m の場合



(b) H=8m の場合



(c) H=10m の場合

図-10 各解析ケースにおける超過確率

(黄緑), 0~1% (黄色), 1~10% (橙色), 10%~100% (赤色) の4段階に分けて示している。

図-10 から, GSR が小さくなるにつれ, COV_c は大きくなるにつれて, 超過確率が高くなることがわかる。また, Θ が大きくなるにつれて, 超過確率がやや大きくなる傾向にあることもわかる。加えて, 各種パラメータ (COV_c , GSR, Θ) が同じ条件であっても, H が大きくなることで超過確率がやや大きくなる傾向にあることもわかる。以上の関係性を踏まえて, トンネルの安定性指標である GSR が比較的高いケース (GSR=1.5, 2.0) を確認すると, COV_c , Θ , H が大きくなることで, 超過確率 (切羽の崩壊リスク) が高くなることがわかった。すなわち, 地山物性の不均質性を考慮することで, 従来見落とされていた切羽の崩壊リスクなども詳細に検討することができると考えられる。また, 以上で示したような各種パラメータを事前にある程度把握することができれば, 本研究でまとめた切羽の崩壊リスクのグラフ (図-10 参照) を参考にすることで, 補助工法等の必要性を簡易的に検討することができると考えられる。

第IV章 まとめと今後の課題

本研究では, 特に軟岩地山における地山物性の不均質性が山岳トンネル切羽の安定性に及ぼす影響を明らかにするために, 軟岩地山における地山物性の不均質性を確率場理論に基づいて考慮したトンネル切羽の安定解析を実施した。そして, その解析結果から, 地山物性の不均質性がトンネル切羽の安定性に及ぼす影響を定量的に評価した。本研究によって得られた知見を以下に示す。

- 1) 一軸圧縮強さの変動係数, 掘削高さ, 自己相関距離が大きく, 地山強度比が小さくなるにつれて, 切羽周辺の最大せん断ひずみが上限側の限界せん断ひずみを超過する割合が大きくなり, 切羽の安定性が損なわれる (崩壊リスクが高くなる) ことがわかった。
- 2) 各解析ケースにおいて切羽周辺の最大せん断ひずみが上限側の限界せん断ひずみを超過する確率を求めることで, 切羽の不安定性 (崩壊リスク) を定量的に示すことができた。
- 3) 地山強度比が比較的高いケース (例えば, 1.5 や 2.0) であっても, 一軸圧縮強さの変動係数, 掘削高さ, 自己相関距離が大きくなることで, 切羽の崩壊リスクが高まることがわかった。このことから, 本研究のように地山物性の不均質性を考慮することで, 従来見落とされていた切羽の崩壊リスクを詳細に検討することができると考えられた。
- 4) 本研究で用いた各種パラメータ (一軸圧縮強さの変動係数, 自己相関距離, 掘削高さ, 地山強度比) を事前にある程度把握できれば, 本研究でまとめた切羽の崩壊リスクを参考にすることで, 補助工法等の必要性を簡易的に検討することができると考えられた。

今後は, 鏡吹付けコンクリート等の補助工法を考慮した解析を行い, 補助工法の有無の影響も評価することで, 将来的には, より汎用性の高い切羽の安定性指標を提案したいと考えている。

参考文献

- 1) 土木学会：トンネル・ライブラリー16 山岳トンネルにおける模型実験と数値解析の実務，pp.119-174，丸善，2006.
- 2) 真下英人，鈴木正彦，猪熊明：トンネル切羽安定性の簡易評価法の提案，土木学会論文集，No.638/III-49，pp.117-129，1999.
- 3) 久武勝保：トンネル切羽の静的・動的崩壊特性とその安定性評価，土木学会論文集，No.694/III-57，pp.297-304，2001.
- 4) 小西真治，仲山貴司，田村武，豊田浩史，松長剛，井浦智実：地下水圧および飽和度による粘着力の変化を考慮した切羽安定評価法，土木学会論文集 F1（トンネル工学），Vol.69，No.1，pp.1-9，2013.
- 5) 林久資，青木一男，吉岡尚也：核残しを併用したときの押し出し性地山におけるトンネル周辺挙動，土木学会論文集 F1（トンネル工学）特集号，Vol.66，No.1，pp.17-27，2010.
- 6) 田村武，足立紀尚，小西真治，辻鉄也：剛塑性有限要素法によるトンネル切羽の安定性評価について，土木学会論文集，No.638/III-49，pp.301-310，1999.
- 7) 岡崎泰幸，林久資，福間友哉，森本真吾，大屋誠，進士正人：空間的な地山物性の不均質分布が切羽の安定性に及ぼす影響，土木学会論文集 F2(地下空間研究)，Vol.78，No.1，pp.22-32，2022.
- 8) Cundall, P. A. and Board, M. : A microcomputer program for modeling large-strain plasticity programs, *Proc. of the 6th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, pp.2101-2108, 1988.
- 9) 伊藤洋，北原義浩：地盤物性のバラツキの評価法（その1）－地盤物性のバラツキの実態とその表示法－，電力中央研究所研究報告，384025，1985.
- 10) 若井明彦，鶴飼恵三，谷茂：不均質な土構造物の地震時残留沈下量に関する信頼性設計のための基礎的研究，応用力学論文集，Vol.8，pp.663-672，2005.
- 11) Liu, H. and Qi, X. : Random field characterization of uniaxial compressive strength and elastic modulus for intact rocks, *Geoscience Frontiers*, Vol.9, Issue 6, pp.1609-1618, 2018.
- 12) Baecher, G. B. and Christian, J. T. : *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*, pp.408-410, John Wiley & Sons, 2003.
- 13) 岡崎泰幸，青柳和平，熊坂博夫，進士正人：トンネル掘削時のトンネル支保工応力に地山の不均質性が与える影響，土木学会論文集 F1 特集号（トンネル工学），Vol.72，No.3，pp. I_1-I_15，2016.
- 14) 桜井春輔，足立紀尚：都市トンネルにおける NATM，pp.32-37，1988.
- 15) 桜井春輔，川嶋幾夫，大谷達彦，松村真一郎：トンネルの安定性評価のための限界せん断ひずみ，土木学会論文集，No.493/III-27，pp.185-188，1994.
- 16) 桜井春輔：NATM における現場計測と管理基準値，土と基礎，Vol.34，No.2，pp.5-10，1986.